

COSIMO TODARO (*)

SULLE FLUTTUAZIONI CLIMATICHE DEL NUMERO DI GIORNI CON NEVICATA A PLATEAU ROSÀ (ALPI PENNINE)

Abstract: TODARO C., *Climatic fluctuations of the snow-day numbers at Plateau Rosà (Pennine Alps)*. (IT ISSN 0391-9838, 1992).

An application of the sequential median's test points out the time-series of the number of snow-days at Plateau Rosà is subdivisible in three partial series. Both the means and the variances result to be stationary in each of them.

The means decrease in significant way from the first to the third set, while the variances have a slight and not significant increase. The means are the following:

- 18 «winters» 1952-53 up to 1969-70 161.4 days;
- 9 «winters» 1970-71 up to 1978-79 130.4 days;
- 11 «winters» 1979-80 up to 1989-90 103.5 days.

A negative trend and two climatic discontinuities are thus pointed out.

KEY WORDS: Median's test, Snow-days, Plateau Rosà (Pennine Alps).

Riassunto: TODARO C., *Sulle fluttuazioni climatiche del numero dei giorni con nevicata a Plateau Rosà (Alpi Pennine)*. (IT ISSN 0391-9838, 1992).

Mediante l'applicazione sequenziale del *test* della mediana, la serie del numero di giorni con nevicata, dal 1952 al 1990, è suddivisa in tre serie parziali. In ognuna di esse la media e la varianza risultano stazionarie. Considerando le serie parziali nell'ordine cronologico, le varianze aumentano leggermente, ma non in maniera significativa, mentre le medie diminuiscono significativamente come segue:

- nei 18 «inverni» dal 1952-53 al 1969-70 161,4 giorni;
- nei 9 «inverni» dal 1970-71 al 1978-79 130,4 giorni;
- negli 11 «inverni» dal 1979-80 al 1989-90 103,5 giorni.

Perciò appaiono un *trend* negativo e due discontinuità climatiche.

TERMINI CHIAVE: Test della mediana, Giorni nevosi, Plateau Rosà (Alpi Pennine).

L'osservatorio meteorologico di Pian Rosà dell'Aeronautica italiana è ubicato ad un'altitudine di 3 480 m, nel Comune di Valtournanche sulle Alpi Pennine, al confine

con la Svizzera. Il numero di giorni con nevicata x , oggetto di questo studio, è definito relativamente al periodo Agosto-Aprile che convenzionalmente chiamerò «inverno».

Nel diagramma di fig. 1 si ha:

- in ascissa la cronologia t , espressa sia con la successione degli «inverni», dal 1952-53 al 1989-90, sia con il loro numero d'ordine dall'1 al 38;
- in ordinata la variabile x di cui si tratta.

Nella scala temporale non molto grande alla quale si può fare riferimento, si vede subito che vi è una instabilità della media. Infatti i *test* di rango di WALD-WOLFOWITZ r_w e di MANN-KENDALL t_M (SNEYERS, 1975), i loro valori standardizzati u e le loro probabilità di superamento α (per il primo unilaterale, per il secondo bilaterale) sono:

$$\begin{aligned} r_w &= 0,7378 & t_M &= 145,5 \\ u(r_w) &= 4,65 & u(t_M) &= -5,18 \\ \alpha(r_w) &= 1,68 \cdot 10^{-6} & \alpha(t_M) &= 2,14 \cdot 10^{-7}. \end{aligned}$$

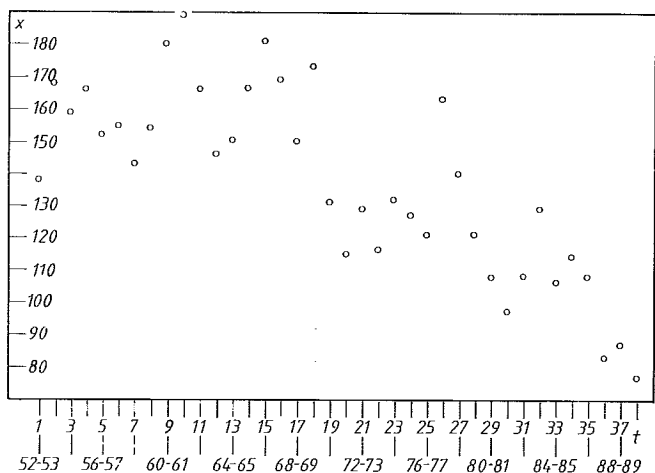


FIG. 1 - Plateau Rosà (m 3 480). Numero di giorni con nevicata nel periodo: Agosto-Aprile dal 1952-53 al 1989-90.

FIG. 1 - Plateau Rosà (3 480 m). Number of snowy days during the period August-April from 1952-53 to 1989-90.

(*) Società Italiana di Meteorologia Applicata.

Si ringrazia vivamente il T. Col. Dott. R. CELENTANO che ha curato l'estrazione dei dati di base dall'archivio meteorologico dell'Aeronautica.

Comunicazione presentata al VI Convegno Glaciologico Italiano, Gressoney, 26-28 Settembre 1991. (Communication presented at the 6th Italian Glaciological Meeting, Gressoney, 26-28 September, 1991).

In particolare, considerati i piccoli valori delle α , appare che la non stazionarietà della media è dovuta ad una forte correlazione interna e ad un *trend* negativo.

Tuttavia, poiché il *test* della correlazione può influenzare quello della tendenza, mi sono posto il problema di approfondire l'esame delle variazioni climatiche che i due indici denunciano. In particolare, a mio giudizio, bisogna rispondere al quesito: poiché l'intera serie cronologica 1-38 non appare aleatoria, è possibile dividerla in due o più parti ciascuna delle quali sia casuale? Una risposta affermativa porterebbe all'individuazione di gruppi di anni in cui la stazionarietà della media e della varianza è assicurata e quindi anche l'esistenza di una discontinuità climatica tra ciascun gruppo e il successivo. In altri termini, se ciascuna serie parziale risultasse assimilabile ad un campione bernoulliano si potrebbero effettuare raggruppamenti di anni in sequenza cronologica in maniera non arbitraria ed anche, in un secondo tempo, studiare le diverse leggi di probabilità che hanno governato il fenomeno.

Per raggiungere questo scopo ho impiegato un metodo che chiamerò FT e che si può far risalire all'applicazione sequenziale del test della mediana.

In generale, si abbia una serie di frequenze assolute x composta da n termini (oppure una serie di valori intensivi). Si individui il rango di ciascuno di essi da $x_{\min} = 1$ a $x_{\max} = n$ e si consideri la serie cronologica dei segni degli scarti, $+$ e $-$, dal rango mediano $\frac{n+1}{2}$. Questa serie, rispettando la cronologia, si può separare in 2 gruppi in $n-1$ modi possibili: nel primo gruppo vi è soltanto il primo termine, nel secondo tutti gli altri; nel primo gruppo vi sono il primo e il secondo termine, nel secondo tutti gli altri e così via fino ad avere nel secondo gruppo soltanto l'ultimo termine e nel primo tutti quelli che lo precedono. Da ciascuna separazione in due gruppi si può ricavare una tabella 2×2 di frequenze dei segni del tipo:

	1° gruppo	2° gruppo	totali
-	a	b	$a + b = \frac{n}{2}$
+	c	d	$c + d = \frac{n}{2}$
totali	$a + c$	$b + d$	$a + b + c + d = n$

Quando n è dispari il valore mediano contribuisce con frequenza 0,5 alla classe $-$ e con frequenza 0,5 alla classe $+$. Per ogni tabella si può calcolare l'indice:

$$FT = \frac{(ad-bc)^2 \cdot n}{\frac{n}{2} \cdot \frac{n}{2} \cdot (a+c)(b+d)} \quad (2)$$

Come è noto, la (2) esprime il confronto fra la (1) e la tabella avente gli stessi totali marginali, nella quale i due gruppi sono del tutto indipendenti. In tale tabella ipotetica la distribuzione delle frequenze nelle quattro caselle è, nell'ordine:

$$a' = \frac{(a+b)(a+c)}{n}, \quad b' = \frac{(a+b)(b+d)}{n}, \quad (3)$$

$$c' = \frac{(a+c)(c+d)}{n}, \quad d' = \frac{(b+d)(c+d)}{n}.$$

È altresì noto che, quando i quattro valori delle (3) non sono inferiori a 5, l'indice FT segue con grossolana approssimazione la legge del χ^2 ; in ogni modo nel procedimento sequenziale che qui si suggerisce la suddetta condizione spesso non si riscontra. Perciò, per associare alla (2) la probabilità di superamento occorre fare ricorso al cosiddetto «esatto trattamento delle tabelle 2×2 » di FISHER (1946). Calcolato l'indice FT per le $n-1$ tabelle possibili, in corrispondenza di ogni eventuale massimo si ha un massimo scostamento dalla corrispondente tabella dell'indipenden-

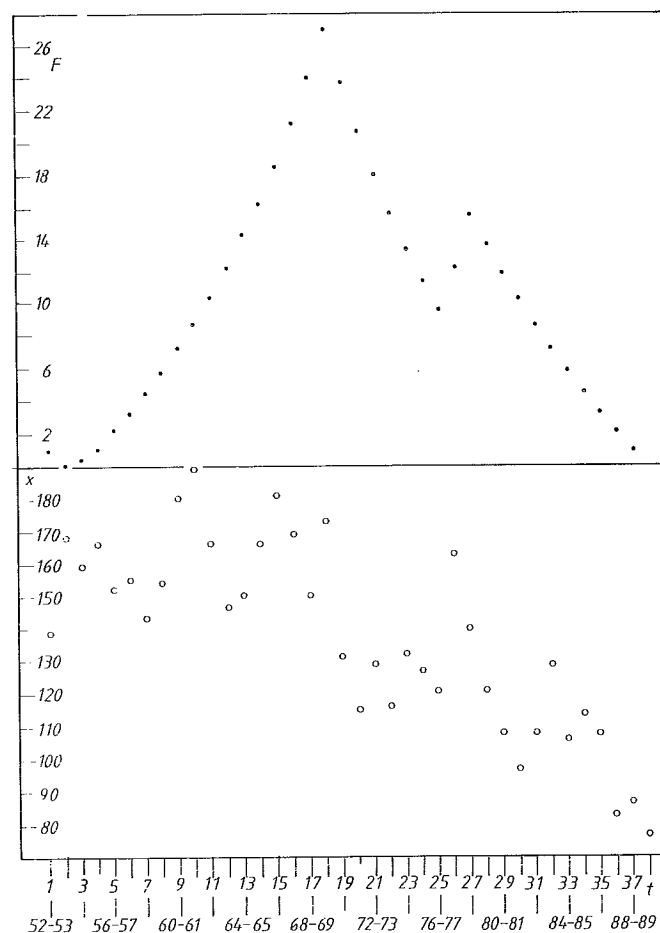


Fig. 2 - Plateau Rosà (m 3 480). In basso: numero di giorni con nevicata nel periodo: Agosto-Aprile dal 1952-53 al 1989-90. In alto: andamento dell'indice FT per le possibili separazioni in gruppi in sequenza cronologica dal 1952-53 al 1989-90; massimo di FT in corrispondenza del 1969-70.

Fig. 2 - Plateau Rosà (3 480 m). Bottom: Number of snowy days during the period August-April from 1952-53 to 1989-90. Top: trend of FT index for grouping in chronological order from 1952-53 to 1989-90; maximum FT coinciding with the period 1969-70.

za. Se la probabilità di superamento è minore del livello di significatività prescelto bisogna concludere che gli scarti dall'indipendenza non sono casuali e si può localizzare una suddivisione dell'intera serie degli n termini in serie parziali.

La fig. 2 in basso riproduce il diagramma di fig. 1; in alto, per le 37 possibili separazioni ed in corrispondenza dell'ultimo termine del primo gruppo, è riportato il valore di FT.

Si vede che il massimo assoluto si ha allorché il primo gruppo è costituito dalla serie 1-18. In particolare in tal caso si ha:

	1° gruppo	2° gruppo	totali
-	1	18	19
+	17	2	19
totali	18	20	38

Quindi

$$FT = 27,02$$

e la probabilità di superamento è:

$$P = \frac{18!20!19!19!}{38!} \left[\frac{1}{112!17!18!} + \frac{1}{0!1!18!19!} \right] = 9,73 \cdot 10^{-8}.$$

Assumendo come livello di significatività lo 0,01 bilaterale e tenendo conto che l'indice FT è calcolato per il più grande fra 37 valori, per il quale il livello di significatività α_1 si trae dalla:

$$1 - (1 - \alpha_1)^{37} = 0,005,$$

la divisione è significativa perché

$$P < \alpha_1 = 1,35 \cdot 10^{-4}.$$

Perciò si individua come prima parte dell'intera serie 1-38 il gruppo 1-18.

È interessante notare che nella fig. 2 appare un secondo massimo di FT in corrispondenza del 27^{mo} termine dell'intera serie. Ebbene se, mediante l'algoritmo progressivo che è implicito nel *test* di MANN-KENDALL si ricerca l'inizio del *trend* nella serie 1-38, questo viene localizzato proprio tra il 27^{mo} e il 28^{mo} termine della serie. Tuttavia, una eventuale prima separazione nei due gruppi 1-27 e 28-38 non è accettabile, perché per il primo si ha:

$$\begin{aligned} r_w &= 0,5152 \\ u(r_w) &= 2,8231 \\ \alpha(r_w) &= 2,4 \cdot 10^{-3} \end{aligned}$$

cioè una probabilità troppo piccola che dà ancora una instabilità della media.

Se dalla serie 1-38 viene amputata la serie 28-38, nella serie 1-27 l'inizio del *trend* appare proprio tra il 18^{mo} e il 19^{mo} anno. Inoltre per la serie 1-18 si ha:

$$\begin{aligned} r_w &= 0,0050 & t_M &= 91 \\ u(r_w) &= 0,2632 & u(t_M) &= 1,0985 \\ \alpha(r_w) &= 0,3962 & \alpha(t_M) &= 0,2720. \end{aligned}$$

Considerati i grandi valori delle α , si ha la conferma che trattasi di serie con media stabile.

Effettuando la separazione in due parti in corrispondenza del secondo massimo della fig. 2 si ha:

	1° gruppo	2° gruppo	totali
-	8	11	19
+	19	0	19
totali	27	11	38

Quindi

$$FT = 15,48$$

e la probabilità di superamento è

$$P = \frac{27!11!19!19!}{38!} \cdot \frac{1}{0!8!11!19!} = 6,28 \cdot 10^{-5}$$

$$2P < 10^{-2} \quad P < 5 \cdot 10^{-3}$$

Perciò la serie parziale 28-38, formata dagli 11 ultimi termini è individuata come ultima parte dell'intera serie 1-38.

Di conseguenza la parte centrale è formata dalla serie parziale 19-27.

In definitiva l'intera serie 1-38 è divisa in tre gruppi 1-18, 19-27, 28-38, in ciascuno dei quali le diverse medie sono stabili.

Circa la conferma, mediante i *test* di MANN-KENDALL e di WALD-WOLFOWITZ, della stabilità anche delle medie nelle tre serie parziali, della prima si è già detto; per la seconda risulta:

$$\begin{aligned} r_w &= -0,0916 & t_M &= 24 \\ u(r_w) &= 0,0944 & u(t_M) &= 1,2511 \\ \alpha(r_w) &= 0,4624 & \alpha(t_M) &= 0,2109, \end{aligned}$$

per la terza:

$$\begin{aligned} r_w &= -0,0340 & t_M &= 14,5 \\ u(r_w) &= 0,2086 & u(t_M) &= -2,0241 \\ \alpha(r_w) &= 0,4174 & \alpha(t_M) &= -0,0430. \end{aligned}$$

Si vede che i valori delle α sono tali da far ritenere che le medie siano stabili anche nella seconda e nella terza serie parziale.

Si deve notare che la seconda serie parziale è costituita da 9 termini, perciò si è al limite dell'applicabilità dei due *test* le cui leggi di probabilità normali sono valedoli asintoticamente. Inoltre, per quanto concerne la terza, il valore di $\alpha(t_M)$, pur superando il livello di 0,01, risulta piccolo e sarebbe desiderabile attendere una sua nuova stima, implicante i dati del futuro.

L'analoga indagine eseguita sui valori assoluti degli scarti dalla media, relativamente a ciascuno dei tre gruppi, porta ai risultati di seguito indicati.

Per la serie 1-18:

$$\begin{aligned} r_w &= -0,0706 & t_M &= 88 \\ u(r_w) &= -0,0488 & u(t_M) &= 0,8712 \\ \alpha(r_w) &= 0,5195 & \alpha(t_M) &= 0,3837 \end{aligned}$$

Per la serie 19-27:

$$\begin{aligned} r_w &= -0,3200 & t_M &= 25 \\ u(r_w) &= -0,5515 & u(t_M) &= 1,4596 \\ \alpha(r_w) &= 0,7094 & \alpha(t_M) &= 0,1444 \end{aligned}$$

Per la serie 28-38:

$$\begin{aligned} r_w &= -0,2181 & t_M &= 34,5 \\ u(r_w) &= -0,3734 & u(t_M) &= 1,0899 \\ \alpha(r_w) &= 0,6456 & \alpha(t_M) &= 0,2758 \end{aligned}$$

Considerati i grandi valori delle probabilità di superamento, emerge che anche le varianze sono da ritenere stabili.

In definitiva, allo stato attuale, si può concludere che il metodo che ho chiamato FT e che consiste nell'applicazione sequenziale del *test* della mediana ha consentito di dividere in tre serie parziali l'intera serie cronologica del numero di giorni con nevicata a Plateau Rosà. In ciascuna di esse, oltre a una mediana diversa, si ha una stazionarietà del secondo ordine perché risultano stazionarie sia la media sia la varianza. Tra una serie parziale e quella che cronologicamente la segue vi è una discontinuità climatica caratterizzata da un numero medio di giorni con nevicata decrescente:

- nei 18 «inverni» dal 1952-53 al 1969-70 161,4 giorni;
 - nei 9 «inverni» dal 1970-71 al 1978-79 130,4 giorni;
 - negli 11 «inverni» dal 1979-80 al 1989-90 103,5 giorni.
- Ciò è illustrato nella fig. 3.

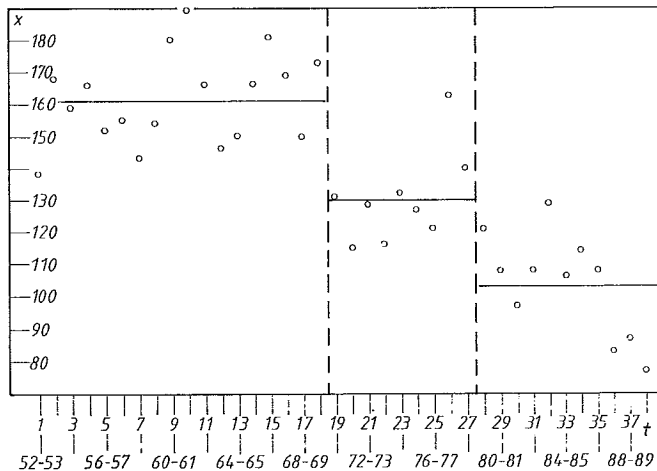


FIG. 3 - Plateau Rosà (m 3 480). Numero di giorni con nevicata nel periodo: Agosto-Aprile dal 1952-53 al 1989-90; separazione dell'intera serie in tre gruppi aleatori, valori medi di ciascun gruppo e discontinuità climatiche.

FIG. 3 - Plateau Rosà (3 480 m). Number of snow days during the period August-April from 1952-53 to 1989-90; division of the whole series into three aleatory groups, means of each group and climate discontinuities.

Per contro, la varianza è aumentata; i suoi valori nei tre periodi sono:

$$197,8987; \quad 213,0278; \quad 228,0727.$$

Tuttavia si può verificare che le tre varianze, considerate a due a due, non sono significativamente diverse, perché le probabilità di superamento dei *test* F di SNEDECOR-FISHER sono maggiori del 10 per cento. Ciò consente di stimare la varianza comune dalla media ponderale dei tre valori, assumendo come pesi i corrispondenti gradi di libertà; si ricava:

$$s^2 = 209,9779.$$

Ricorrendo a tale valore, la *t* di STUDENT per comparare le medie del primo e del secondo periodo è:

$$t_{21} = \frac{161,4 - 130,4}{s} \sqrt{\frac{18 \cdot 9}{27}} = 5,24,$$

con $\nu = 17 + 8 = 25$ gradi di libertà. La probabilità di superamento di t_{21} , in una specificazione bilaterale, è:

$$\alpha(t) < 10^{-3}.$$

Analogamente, effettuando il confronto fra le medie del secondo e del terzo periodo, si ha:

$$t_{32} = \frac{130,4 - 103,5}{s} \sqrt{\frac{9 \cdot 11}{20}} = 4,13,$$

con $\nu = 8 + 10 = 18$ gradi di libertà. Anche in tal caso si ha:

$$\alpha(t) < 10^{-3}.$$

Perciò la media di ciascun periodo differisce significativamente da quella del periodo successivo e vi sono sufficienti indicazioni per assimilare ogni serie parziale a una serie casuale.

Per quanto concerne le leggi di probabilità che governano il fenomeno, il problema della loro ricerca è secondario perché esse, a causa delle variazioni climatiche messe in evidenza, non avrebbero alcun valore per generalizzare e trarre conclusioni al di fuori del campione, cioè relativamente ai periodi antecedente e posteriore ai 38 anni qui analizzati.

In ogni modo, tali leggi, che certamente presentano transvariazioni come può vedersi dalla fig. 3, potrebbero avere un valore formale diagnostico da associare alle diverse caratteristiche della circolazione atmosferica che prevalsero nei tre periodi trascorsi.

BIBLIOGRAFIA

- FISHER R.A. (1946) - *Statistical Methods for Research Workers*. Oliver and Boyd, X Ed., London.
 SNEYERS R. (1975) - *Sur l'analyse statistique des séries d'observations*. OMN, Note Technique, N° 143, Genève.